Musterlösungen (ohne Gewähr)

Frage 1 (≈ 2 Punkte)

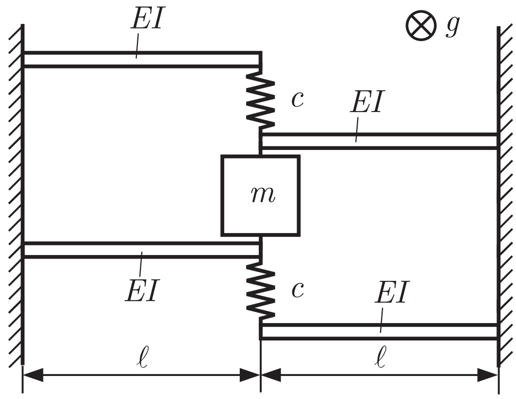
Das skizzierte System besteht aus der Masse m, zwei Federn (Federkonstante jeweils c) und vier masselosen Balken (Länge ℓ, Biegesteifigkeit EI).

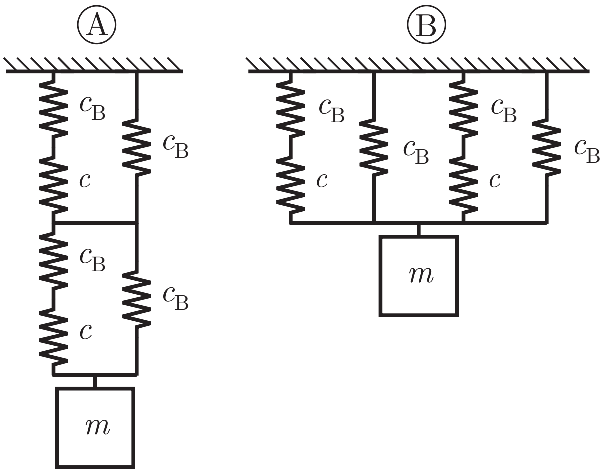
a) Geben Sie das richtige Ersatzsystem an!

b) Bestimmen Sie die Eigenkreisfrequenz ω_0 des Systems für kleine Schwingungen!

Hinweis: Berechnen Sie zunächst die Ersatzfederkonstante c_B eines Balkens.

Gegeben: c, $EI/\ell^3 = c$, m.





Richtiges Ersatzsystem:

$\omega_0 =$

Lösung

richtig ist System B

Ersatzfedersteifigkeit Balken: $c_B = 3\dfrac{EI}{\ell^3} = 3c$

Reihenschaltung von c, c_B:

$$c^* = \frac{1}{\frac{1}{c_B} + \frac{1}{c}} = \frac{1}{\frac{1}{3c} + \frac{1}{c}} = \frac{1}{\frac{1}{3c} + \frac{1}{c}} = \frac{3}{4}c$$

$$c_{ges} = \frac{3}{4}c + 3c + \frac{3}{4}c + 3c = \frac{15}{2}c$$

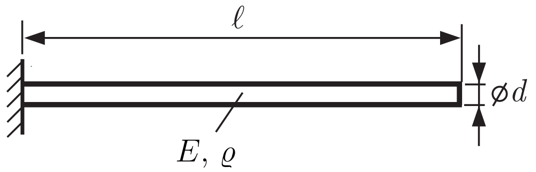
$$\omega_0^2 = \frac{c_{ges}}{m} \rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{15}{2}\frac{c}{m}}$$

Musterlösungen (ohne Gewähr)

Frage 2 ($\approx$ 3 Punkte)

Ein homogener Stab mit Kreisquerschnitt (Länge ℓ, Durchmesser d, Elastizitätsmodul E, Dichte ϱ) ist einseitig eingespannt.

Geben Sie in Abhängigkeit der gegebenen Größen



a) die erste Eigenfrequenz $f_{\mathrm{L},1}$ des Stabes für Längsschwingungen sowie

b) die erste Eigenfrequenz $f_{\mathrm{B},1}$ des Stabes für Biegeschwingungen an!

Gegeben: ℓ, d, E, ϱ.

$f_{\mathrm{L},1} =$

$f_{\mathrm{B},1} =$

Lösung

a) Formelsammlung S. 56 Längsschwingung Stab: $\omega_{\mathrm{L},1} = 2\pi f_{\mathrm{L},1} = \dfrac{\pi}{2\ell}\sqrt{\dfrac{E}{\varrho}} \Rightarrow f_{\mathrm{L},1} = \dfrac{1}{4\ell}\sqrt{\dfrac{E}{\varrho}}$

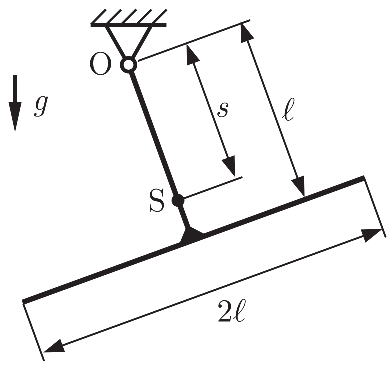
b) Formelsammlung S. 57 Biegeschwingung Balken (Randbedingungen eingespannt-frei):

$$f_{\mathrm{B},1}\sqrt{\frac{\mu\ell^4}{EI}} = 0,56 \Rightarrow f_{\mathrm{B},1} = 0,56\sqrt{\frac{EI}{\mu\ell^4}} = 0,56\sqrt{\frac{EI}{\varrho A\ell^4}} = 0,56\sqrt{\frac{E\pi d^4}{64\varrho\frac{\pi}{4}d^2\ell^4}} = 0,14\sqrt{\frac{Ed^2}{\varrho\ell^4}}$$

Musterlösungen (ohne Gewähr)

Frage 3 ($\approx$ 3 Punkte)

Ein Pendel besteht wie skizziert aus zwei biegesteif miteinander verbundenen homogenen Stäben (Länge ℓ und 2ℓ) mit der Massenbelegung μ.



Bestimmen Sie

a) den Abstand s des Gesamtschwerpunktes S vom Lagerpunkt O,

b) das Massenträgheitsmoment $J^{(O)}$ sowie

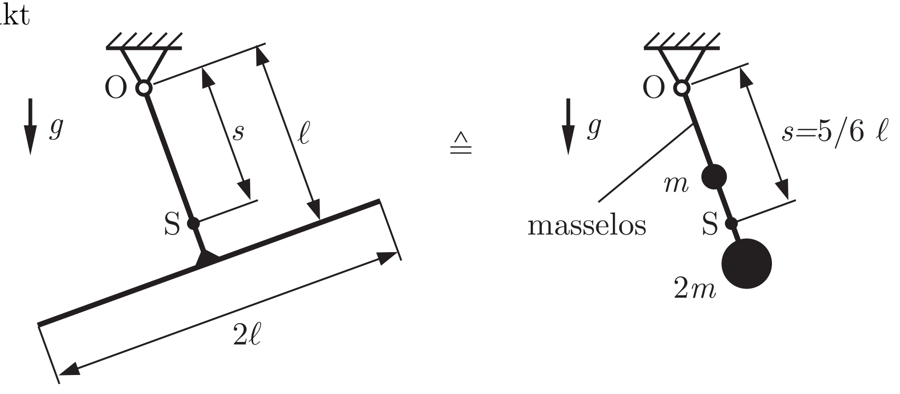
c) die Eigenkreisfrequenz ω_0!

Gegeben: ℓ, m, $\mu = m/\ell$, g.

$s =$	$J^{(O)} =$	$\omega_0 =$

Lösung

a) Für Schwerpunkt



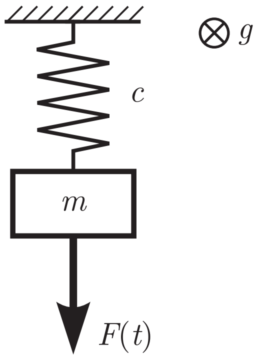
b) $J^{(O)} = \dfrac{1}{3}m\ell^2 + \left(\dfrac{1}{12}2m(2\ell)^2 + 2m\ell^2\right) = 3m\ell^2$

c) $J^{(O)}\ddot{\varphi} = -3mgs\underbrace{\sin\varphi}_{\approx\varphi} \Rightarrow J^{(O)}\ddot{\varphi} + 3mg\dfrac{5}{6}\ell\varphi = 0 \Rightarrow \ddot{\varphi} + \underbrace{\dfrac{5/2mg\ell}{3m\ell^2}}_{\omega_0^2 = \frac{5g}{6\ell}}\varphi = 0 \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\dfrac{5g}{6\ell}}$

Musterlösungen (ohne Gewähr)

Frage 4 (≈ 3 Punkte)

Das dargestellte System aus einer Masse m und einer Feder (Federkonstante c) wird durch die Kraft $F(t) = \hat{F}\sin(\Omega t) + \hat{F}\sin(3\Omega t)$ zu Vertikalschwingungen angeregt.



a) Für welche Werte $\Omega = \Omega_1$ und $\Omega = \Omega_2$ tritt Resonanz auf?

b) Berechnen Sie für $\Omega = \sqrt{1/8}\omega_0$ das Amplitudenverhältnis $\hat{x}_2/\hat{x}_1$ der Lösungsanteile mit den Kreisfrequenzen 3Ω und Ω!

Gegeben: $F(t) = \hat{F}\sin(\Omega t) + \hat{F}\sin(3\Omega t)$, $\hat{F}$, m, c.

$\Omega_1 =$, $\Omega_2 =$	$\hat{x}_2/\hat{x}_1 =$

Lösung

Resonanz für $\Omega_1 = \omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}$ und $\Omega_2 = \frac{1}{3}\omega_0 = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{c}{m}}$

$$\hat{x} = \frac{\hat{F}}{c}V_3(\eta, D=0) = \frac{\hat{F}}{c}\frac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2}}$$

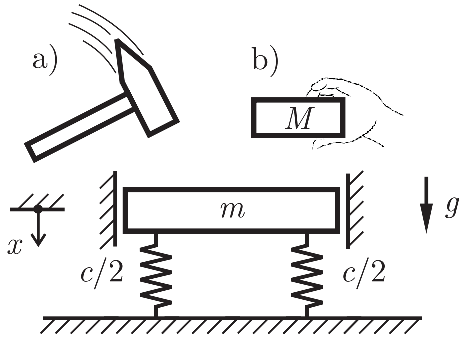
$$\eta_1 = \frac{\Omega}{\omega_0} = \sqrt{\frac{1}{8}}, \quad \eta_2 = \frac{3\Omega}{\omega_0} = 3\sqrt{\frac{1}{8}} = \sqrt{\frac{9}{8}}$$

$$\frac{\hat{x}_2}{\hat{x}_1} = \frac{V_3(\eta_2, D=0)}{V_3(\eta_1, D=0)} = \frac{\frac{1}{\sqrt{(1-\eta_2^2)^2}}}{\frac{1}{\sqrt{(1-\eta_1^2)^2}}} = \frac{\sqrt{(1-\eta_1^2)^2}}{\sqrt{(1-\eta_2^2)^2}} = \sqrt{\frac{(1-\frac{1}{8})^2}{(1-\frac{9}{8})^2}} = \sqrt{\frac{(\frac{7}{8})^2}{(-\frac{1}{8})^2}} = \sqrt{\frac{\frac{49}{64}}{\frac{1}{64}}} = \sqrt{49} = 7$$

Musterlösungen (ohne Gewähr)

Frage 5 (≈ 2 Punkte)

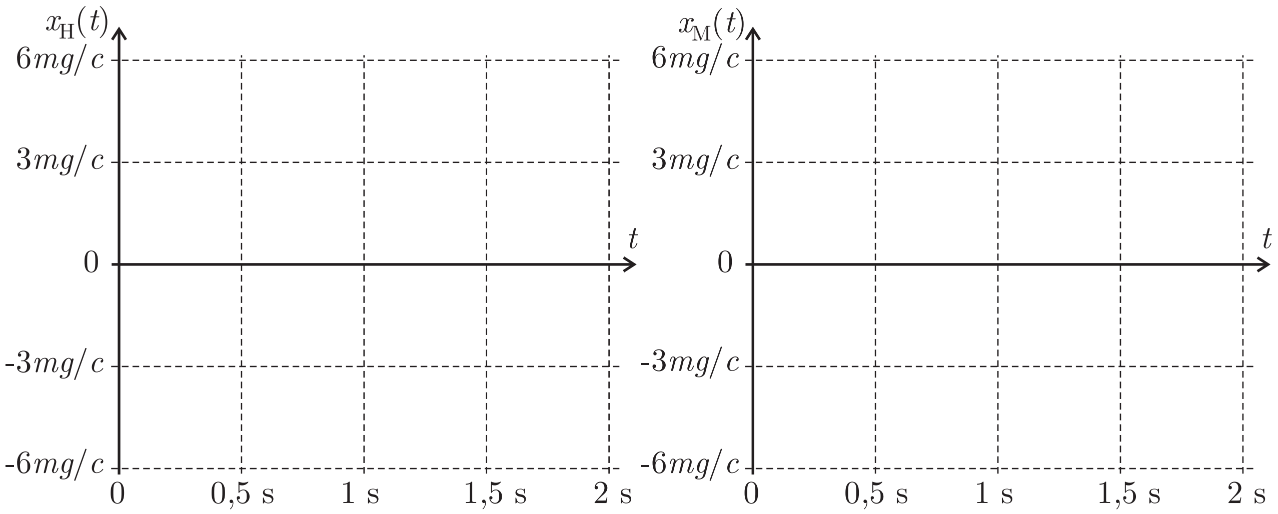
Eine Masse m ist auf zwei Federn (Federkonstante jeweils $c/2$) gelagert. In der statischen Ruhelage ($x = 0$, $\dot{x} = 0$) wird zum Zeitpunkt $t = 0$



a) von oben durch einen Hammerschlag (idealer Stoß) eine harmonische Schwingungen mit der Amplitude $\hat{x}$ angeregt. Skizzieren Sie den Zeitverlauf $x_{\mathrm{H}}(t)$ in dem unten gegebenen Diagramm!

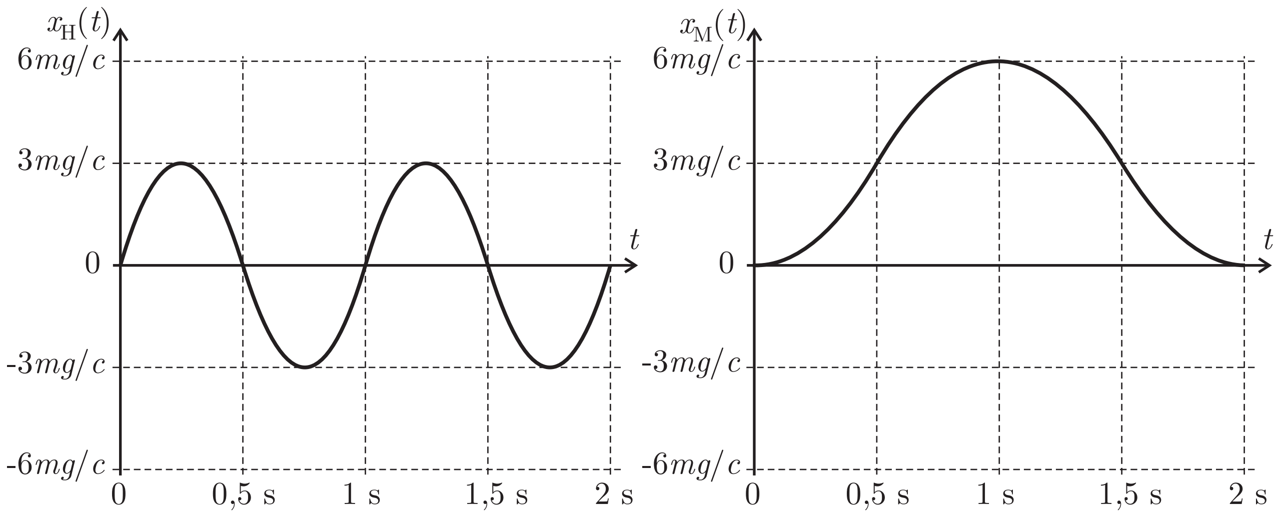
b) Welcher Zeitverlauf $x_{\mathrm{M}}(t)$ stellt sich ein, wenn statt des Hammerschlages eine zusätzliche Masse M aufgelegt wird?

Gegeben: m, $M = 3m$, c, $\hat{x} = 3mg/c$, $c/m = 4\pi^2$ s^{-2}, g.



Musterlösungen (ohne Gewähr)

Lösung

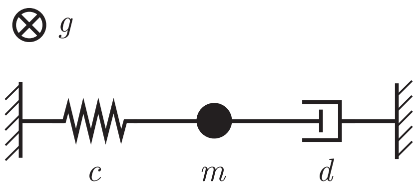


Musterlösungen (ohne Gewähr)

Frage 6 (≈ 2 Punkte)

Das skizzierte System führt freie Schwingungen um die Ruhelage aus.

Ermitteln Sie den Dämpfungsgrad D sowie die Periodendauer T_d der gedämpften Schwingung!



Gegeben: $m = 1$ kg, $c = 4\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$, $d = 2\ \frac{\mathrm{Ns}}{\mathrm{m}}$.

$D =$

$T_\mathrm{d} =$

Lösung

$$m\ddot{x} + d\dot{x} + cx = 0$$

$$\omega_0^2 = \frac{c}{m} = 4\frac{1}{\mathrm{s}^2} \Rightarrow \omega_0 = 2\frac{1}{\mathrm{s}}$$

$$D = \frac{d}{2\sqrt{cm}} = \ldots = \frac{1}{2}$$

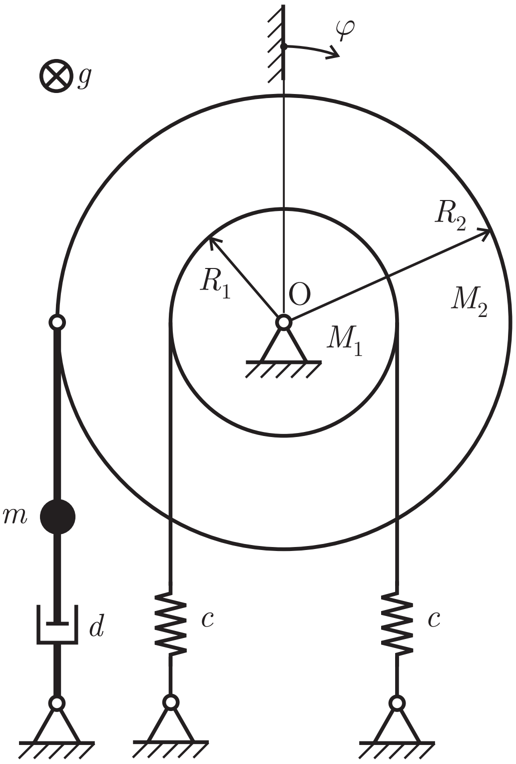
$$\omega_\mathrm{d} = \omega_0\sqrt{1 - D^2} = 2\frac{1}{\mathrm{s}}\sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{3}\frac{1}{\mathrm{s}}$$

$$T_\mathrm{d} = \frac{2\pi}{\omega_\mathrm{d}} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}}\ \mathrm{s}$$

Musterlösungen (ohne Gewähr)

Aufgabe 7 (≈ 8 Punkte)

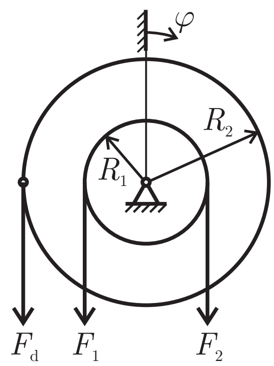
Der dargestellte schwach gedämpfte Schwinger besteht aus zwei starr miteinander verbundenen Kreisscheiben (Radius R_1, Masse M_1 bzw. Radius R_2, Masse M_2), die im Punkt O reibungsfrei gelagert sind. Über einen senkrechten Stab, eine Punktmasse m und einen viskosen Dämpfer (Dämpferkonstante d) ist die äußere Scheibe mit der Umgebung gekoppelt. Die innere Scheibe ist von einem Seil umschlungen, das über zwei vorgespannte Federn (Federkonstante jeweils c) ebenfalls mit der Umgebung verbunden ist. Der Stab und das Seil seien masselos und undehnbar.



Bestimmen Sie die Eigenkreisfrequenz ω_{d} des gedämpften Systems für kleine Schwingungen!

Gegeben: R_1, $R_2 = 2R_1$, m, $M_1 = 4m$, $M_2 = 6m$, c, d.

Lösung



$$J_{\mathrm{ges}} = \underbrace{\frac{1}{2}M_1R_1^2 + \frac{1}{2}M_2R_2^2}_{\textit{Scheiben}} + \underbrace{mR_2^2}_{\textit{Punktmasse}} = 2mR_1^2 + 12mR_1^2 + 4mR_1^2 = 18mR_1^2$$

$$F_1 = cR_1 \sin\varphi \approx +cR_1\varphi$$
$$F_2 = -cR_1 \sin\varphi \approx -cR_1\varphi$$
$$F_{\mathrm{d}} = dR_2 \cos\varphi\ \dot{\varphi} \approx 2dR_1\dot{\varphi}$$

Musterlösungen (ohne Gewähr)

$J_{\mathrm{ges}}\ddot{\varphi} = F_2 R_1 - F_1 R_1 - F_{\mathrm{d}} R_2 = -cR_1^2\varphi - cR_1^2\varphi - 4dR_1^2\dot{\varphi}$
$18mR_1^2\ddot{\varphi} + 4dR_1^2\dot{\varphi} + 2cR_1^2\varphi = 0$
$9m\ddot{\varphi} + 2d\dot{\varphi} + c\varphi = 0$

$$\omega_0^2 = \frac{c}{9m}$$

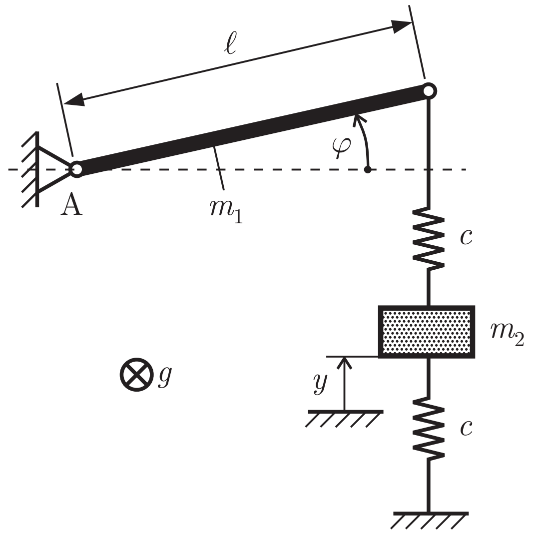
$$D = \frac{2d}{2\sqrt{9cm}} = \frac{d}{3\sqrt{cm}}$$

$$\omega_{\mathrm{d}} = \omega_0\sqrt{1-D^2} = \sqrt{\frac{c}{9m}}\sqrt{1-\frac{d^2}{9cm}} = \sqrt{\frac{c}{9m} - \frac{d^2}{81m^2}}$$

Musterlösungen (ohne Gewähr)

Aufgabe 8 ($\approx$ 7 Punkte)

Das dargestellte ebene System führt kleine Schwingungen um die Ruhelage aus ($\varphi \ll 1$). Der Stab (Länge ℓ, Masse m_1) ist in A drehbar gelagert und über eine Feder mit der Masse m_2 gekoppelt. Die Masse ist über eine Feder mit der Umgebung verbunden und führt Schwingungen in y-Richtung aus. Die Federn (jeweils Federkonstante c) sind für $\varphi = 0$, $y = 0$ entspannt.



a) Bestimmen Sie die Bewegungsgleichungen des Systems in matrizieller Form!

b) Ermitteln sie die Eigenkreisfrequenzen ω_1 und ω_2 des Systems!

Gegeben: ℓ, m, $m_1 = m$, $m_2 = 2m$, c.

Lösung

Lösung über Impulssatz:

$F_{c,1} = c(\ell\varphi - y); \qquad F_{c,2} = cy$

$J^{(A)}\ddot{\varphi} + c\ell(\ell\varphi - y) = 0 \qquad \text{mit } J^{(A)} = \frac{1}{3}m\ell^2$

$m_2\ddot{y} + 2cy - c\ell\varphi = 0$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3}m\ell^2 & 0 \\ 0 & 2m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\varphi} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c\ell^2 & -c\ell \\ -c\ell & 2c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi \\ y \end{bmatrix} = \underline{0}$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{\varphi} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3\frac{c}{m} & -3\frac{c}{m\ell} \\ -\frac{c\ell}{2m} & \frac{c}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi \\ y \end{bmatrix} = \underline{0}$$

Im Folgenden werden zwei Lösungswege unterschieden (Anwendung FS. oder ausführlich):

a) $\omega_{\mathrm{I}}^2 = 3\frac{c}{m}; \qquad \omega_{\mathrm{II}}^2 = \frac{c}{m}; \qquad \gamma_{\mathrm{I}}^2 = -3\frac{c}{m\ell}; \qquad \gamma_{\mathrm{II}}^2 = -\frac{c\ell}{2m}$

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{1}{2}\left(\omega_{\mathrm{I}}^2 + \omega_{\mathrm{II}}^2\right) \mp \sqrt{\frac{1}{4}\left(\omega_{\mathrm{I}}^2 - \omega_{\mathrm{II}}^2\right)^2 + \gamma_{\mathrm{I}}^2\gamma_{\mathrm{II}}^2}$$

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{1}{2}\left(3\frac{c}{m} + \frac{c}{m}\right) \mp \sqrt{\frac{1}{4}\left(3\frac{c}{m} - \frac{c}{m}\right)^2 + 3\frac{c}{m\ell}\frac{c\ell}{2m}}$$

Musterlösungen (ohne Gewähr)

$$\omega_{1,2}^2 = 2\frac{c}{m} \mp \sqrt{\frac{c^2}{m^2} + \frac{3}{2}\frac{c^2}{m^2}}$$

$$\Rightarrow \omega_{1,2} = \sqrt{\left(2 \mp \sqrt{\frac{5}{2}}\right)\sqrt{\frac{c}{m}}}$$

b) $$\det \begin{bmatrix} \frac{3c}{m} - \omega^2 \frac{1}{3} m\ell^2 & -\frac{3c}{m} \\ -\frac{c\ell}{2m} & \frac{c}{m} - \omega^2 2m \end{bmatrix} = 0$$

oder

$$\det \begin{bmatrix} \frac{3c}{m} - \omega^2 & -\frac{3c}{m\ell} \\ -\frac{c\ell}{2m} & \frac{c}{m} - \omega^2 \end{bmatrix} = 0$$

$$(3\frac{c}{m} - \omega^2)(\frac{c}{m} - \omega^2) - (\frac{c\ell}{2m})(\frac{3c\ell}{m}) = 0$$

$$3\frac{c^2}{m^2} - \frac{c}{m}\omega^2 - \omega^2 3\frac{c}{m} + \omega^4 - \frac{3c^2}{2m^2} = 0$$

$$\omega^4 - \frac{4c}{m}\omega^2 + \frac{3c^2}{2m^2} = 0$$

$$\omega_{1,2}^2 = 2\frac{c}{m} \mp \sqrt{4\frac{c^2}{m^2} - \frac{3}{2}\frac{c^2}{m^2}}$$

Lösung über LAGRANGE'sche Gleichungen zweiter Art:

$$U = \frac{1}{2}c(\varphi\ell - y)^2 + \frac{1}{2}cy^2$$

$$T = \frac{1}{2}J^A\dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{y}^2$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{y}}\right) = m_2\ddot{y}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}}\right) = \frac{1}{3}m\ell^2\ddot{\varphi}$$

$$\frac{\partial U}{\partial \varphi} = c\ell(\varphi\ell - y)$$

$$\frac{\partial U}{\partial y} = -c\ell\varphi + 2cy$$

Musterlösungen (ohne Gewähr)

Aufgabe 9 ($\approx$ 8 Punkte)

Gegeben ist das in (1) dargestellte Ersatzmodell eines Maschinenfundamentes, das mit der Kraft $F(t) = F_0 \cos \Omega t$ zu Schwingungen angeregt wird. Für die Erregerfrequenz $\Omega = \Omega_1$ stellt sich zwischen Erregerkraft $F(t)$ und Auslenkung $x(t)$ eine Phasenverschiebung von $\psi = 90°$ ein. Bei Verminderung der Erregerfrequenz auf $\Omega = \Omega_2 = \Omega_1/2$ sinkt die Phasenverschiebung auf $\psi = 30°$ ab.

a) Wie groß ist ist die Federkonstante c?

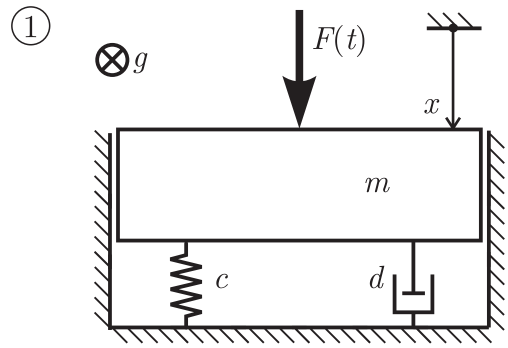
b) Bestimmen Sie die Dämpferkonstante d!

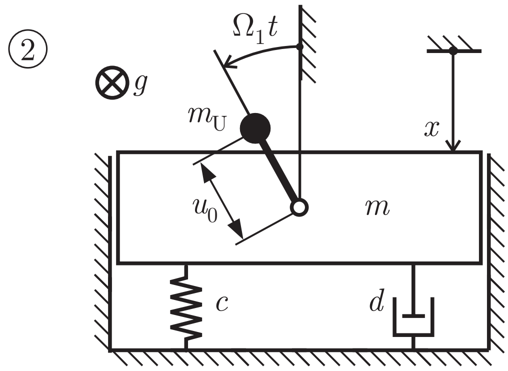
Im Folgenden gelte $d = 0$.

c) Für welche Werte η entspricht die Schwingungsamplitude dem doppelten der statischen Auslenkung infolge der Kraft F_0?

d) Bestimmen Sie für das unwuchterregte System (2) (Erregerkreisfrequenz Ω_1, Unwuchtmasse $m_U = m/2$, Unwuchtradius u_0) den Unwuchtradius so, dass sich die gleiche Schwingungsamplitude wie in Aufgabenteil c) einstellt!

Gegeben: Ω_1, $\Omega_2 = \Omega_1/2$, m, $m_U = m/2$, $F(t) = F_0 \cos \Omega t$, F_0.





Musterlösungen (ohne Gewähr)

Lösung

a) $\psi = 90° \rightarrow \eta = 1 \rightarrow \omega_0 = \Omega_1 = \sqrt{\frac{c}{m}} \rightarrow c = m\Omega_1^2$

b) $\psi = 30° \rightarrow \tan\psi = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2D\eta}{1-\eta^2}$

$\eta = \frac{\Omega_2}{\omega_0} = \frac{\Omega_2}{\Omega_1} = \frac{\frac{1}{2}\Omega_1}{\Omega_1} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2D \cdot \frac{1}{2}}{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{D}{\frac{3}{4}} \rightarrow D = \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{d}{2\sqrt{cm}} \rightarrow d = \frac{1}{2}\sqrt{3}m\Omega_1$

c) $V_3(\eta, D = 0) \overset{!}{=} 2 = \frac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2}} \rightarrow 4(1-\eta^2)^2 = 1$

$1 - \eta^2 = \pm\frac{1}{2} \rightarrow \eta^2 = 1 \pm \frac{1}{2}$

$\eta_1^2 = \frac{1}{2} \rightarrow \eta_1 = \sqrt{\frac{1}{2}}; \qquad \eta_2^2 = \frac{3}{2} \rightarrow \eta_2 = \sqrt{\frac{3}{2}}$

d) $\kappa = \frac{m_\mathrm{U}}{m + m_\mathrm{U}} = \frac{\frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$

$\omega_0^* = \sqrt{\frac{c}{\frac{3}{2}m}} = \sqrt{\frac{2}{3}\frac{c}{m}} \rightarrow \eta = \frac{\Omega_1}{\omega_0^*} = \sqrt{\frac{3}{2}}$

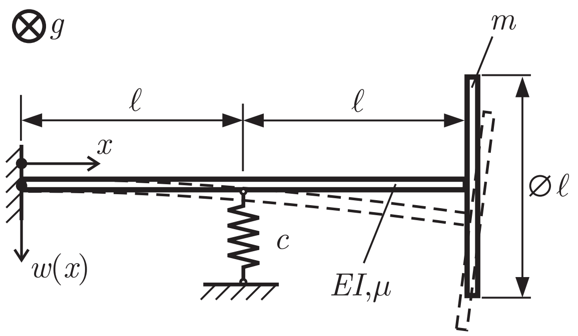
$\hat{x} \overset{!}{=} 2\frac{F_0}{c} = u_0\kappa\frac{\eta^2}{\sqrt{(1-\eta^2)^2}}$

$\hat{x} = u_0\frac{1}{3}\frac{\frac{3}{2}}{\sqrt{(1-\frac{3}{2})^2}} = u_0\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{1}{2}} = u_0 = 2\frac{F_0}{c} = 2\frac{F_0}{m\Omega_1^2}$

Musterlösungen (ohne Gewähr)

Aufgabe 10 (≈ 7 Punkte)

Der skizzierte elastische Kragbalken (Länge 2ℓ, Massenbelegung μ, Biegesteifigkeit EI) trägt an seinem freien Ende eine starre homogene dünne Kreisscheibe (Durchmesser ℓ, Masse m). An der Position $x = \ell$ wird der Balken durch eine Feder (Federkonstante c) gestützt.



Bestimmen Sie für kleine Schwingungen eine obere Grenze für die erste Biegeeigenkreisfrequenz mit Hilfe des Rayleigh-Quotienten unter Verwendung des Ansatzes $\tilde{w}(x) = a\,(x/(2\ell))^2$!

Gegeben: ℓ, m, $\mu = 5m/\ell$, c, $8EI/\ell^3 = c$.

Lösung

$$\tilde{w}(x) = a\left(\frac{x}{2\ell}\right)^2, \quad \tilde{w}'(x) = \frac{a}{2\ell^2}x, \quad \tilde{w}''(x) = \frac{a}{2\ell^2}$$

$$E_{\text{pot,max}} = \frac{1}{2}\int_0^{2\ell} EI\tilde{w}''(x)^2 \mathrm{d}x + \frac{1}{2}c\tilde{w}^2(x=\ell) = \frac{EI}{2}\frac{a^2}{4\ell^4}2\ell + \frac{1}{2}c\frac{a^2}{16} = \frac{EIa^2}{4\ell^3} + \frac{ca^2}{32} = \frac{ca^2}{32} + \frac{ca^2}{32} = \frac{ca^2}{16}$$

$$\begin{aligned}
E^*_{\text{kin,max}} &= \underbrace{\frac{1}{2}\int_0^{2\ell} \underbrace{\varrho A}_{\mu}\,\tilde{w}^2(x)\mathrm{d}x}_{\text{Balken}} + \underbrace{\frac{1}{2}m\tilde{w}^2(x=2\ell)}_{\text{Scheibe translatorisch}} + \underbrace{\frac{1}{2}J^{(\mathrm{C})}\tilde{w}'^2(x=2\ell)}_{\text{Scheibe rotatorisch}} \\
&= \frac{1}{2}\mu\frac{a^2}{16\ell^4}\cdot\frac{1}{5}(2\ell)^5 + \frac{1}{2}ma^2 + \frac{1}{2}\cdot \underbrace{\frac{1}{4}m\left(\frac{\ell}{2}\right)^2}_{\text{Dies ist nicht } J^{(\mathrm{C})}_{xx}!} \cdot\frac{a^2}{\ell^2} \\
&= \frac{1}{5}\mu a^2\ell + \frac{1}{2}ma^2 + \frac{1}{32}ma^2 \\
&= \frac{49}{32}ma^2
\end{aligned}$$

$$\omega_1^2 \leq \frac{E_{\text{pot,max}}}{E^*_{\text{kin,max}}} = \frac{\frac{1}{16}ca^2}{\frac{49}{32}ma^2} = \frac{2}{49}\frac{c}{m} \rightarrow \omega_1 \leq \sqrt{\frac{2c}{49m}}$$